

## Probabilidade: Conceitos Fundamentais para Concursos Públicos

### Descrição

A probabilidade é o ramo da Matemática que estuda a chance de ocorrência de determinados eventos. Em termos práticos, é a medida numérica da possibilidade de algo acontecer, variando sempre entre 0 (evento impossível) e 1 (evento certo), podendo ser expressa também em forma percentual (0% a 100%).

A teoria das probabilidades surgiu no século XVII com os estudos de Blaise Pascal e Pierre de Fermat sobre jogos de azar, mas hoje suas aplicações são muito amplas, permeando áreas como estatística, física, economia, medicina e, evidentemente, questões de concursos públicos.

Em concursos, probabilidade é frequentemente cobrada em provas de Raciocínio Lógico, Matemática e Estatística. Dominar este conteúdo pode garantir pontos preciosos, pois as questões seguem padrões recorrentes.

### Conceitos Fundamentais

#### Experimento Aleatório

É qualquer processo cujo resultado não pode ser previsto com certeza antes de sua realização. Exemplos clássicos:

- Lançamento de um dado
- Lançamento de uma moeda
- Retirada de uma carta de um baralho
- Sorteio de números em uma loteria

#### Espaço Amostral (Ω)

É o conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório.

#### Exemplos:

- Lançamento de uma moeda:  $\Omega = \{\text{cara, coroa}\}$
- Lançamento de um dado:  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- Nascimento de um bebê (quanto ao sexo):  $\Omega = \{\text{masculino, feminino}\}$

• **OBSERVAÇÃO** probabilidade. Este é o erro mais comum em provas!

#### Evento

É qualquer subconjunto do espaço amostral. Representa um resultado específico ou conjunto de resultados que nos interessa.

### Exemplos:

- Evento A: obter número par no lançamento de um dado = {2, 4, 6}
- Evento B: obter número maior que 4 = {5, 6}
- Evento C: obter cara no lançamento de moeda = {cara}

## Cálculo da Probabilidade Clássica

A probabilidade de um evento A ocorrer é dada pela fórmula fundamental:

$$P(A) = \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}} = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

Onde:

$$P(A) = \text{probabilidade do evento A}$$

$$n(A) = \text{número de elementos do evento A}$$

$$n(\Omega) = \text{número de elementos do espaço amostral}$$

### Propriedades Fundamentais:

$$0 \leq P(A) \leq 1 \text{ (a probabilidade está sempre entre 0 e 1)}$$

$$P(\Omega) = 1 \text{ (a probabilidade do evento certo é 1)}$$

$$P(\emptyset) = 0 \text{ (a probabilidade do evento impossível é 0)}$$

### Exemplo Prático 1

**Questão tipo concurso:** Qual a probabilidade de, ao lançar um dado comum, obter um número primo?

#### Resolução:

- Espaço amostral:  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$   $n(\Omega) = 6$
  - Números primos no dado:  
 $A = \{2, 3, 5\}$   $n(A) = 3$
- $$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$$

### Exemplo Prático 2

**Questão tipo concurso:** Em uma urna há 5 bolas vermelhas, 3 azuis e 2 brancas. Qual a probabilidade de retirar uma bola azul?

## Resolução:

- Total de bolas:  $5 + 3 + 2 = 10$
  - Bolas azuis:  $n(A) = 3$
- $$P(A) = \frac{3}{10} = 0,3 = 30\%$$

**PONTO DE ATENÇÃO:** Sempre identifique claramente o que a questão está pedindo. Leia com atenção se é pelo menos, exatamente, no máximo, pois cada expressão altera o cálculo.

## Probabilidade do Evento Complementar

**Propriedade fundamental:**

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

**Exemplo:** Se a probabilidade de chover amanhã é 30%, a probabilidade de NÃO chover é:

$$P(\overline{A}) = 1 - 0,30 = 0,70 = 70\%$$

**DICA ESTRATÉGICA:** Em muitas questões de concurso, é mais fácil calcular a probabilidade do complementar e depois subtrair de 1. Especialmente em problemas com pelo menos um.

## Probabilidade da União de Eventos

Para dois eventos A e B, a probabilidade de ocorrer A **OU** B é:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

**Caso especial - Eventos mutuamente exclusivos:** Se A e B não podem ocorrer simultaneamente, então  $A \cap B = \emptyset$ , e a fórmula simplifica para:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

### Exemplo Prático

No lançamento de um dado, qual a probabilidade de sair um número par **OU** um número maior que 4?

## Resolução:

- $A = \{2, 4, 6\}$   $P(A) = 3/6$
- $B = \{5, 6\}$   $P(B) = 2/6$

- $P(A \cap B) = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

## Probabilidade Condicional

A probabilidade condicional mede a chance de um evento A ocorrer **dado que** outro evento B já ocorreu. Nota-se:  $P(A|B)$  (I<sup>a</sup>-se: probabilidade de A dado B).

**Fórmula:**

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

desde que  $P(B) > 0$ .

• **OBSERVAÇÃO CRÁTICA:** A probabilidade condicional é um dos tópicos mais cobrados em concursos de nível superior. O espaço amostral se reduz ao evento condicionante.

### Exemplo Prático

Em uma empresa, 60% dos funcionários são homens e 40% são mulheres. Entre os homens, 30% têm curso superior; entre as mulheres, 50% têm curso superior. Se escolhermos aleatoriamente um funcionário com curso superior, qual a probabilidade de ser mulher?

**Resolução:**

- $P(\text{Mulher}|\text{Superior}) = \frac{0,20}{0,38} = \frac{10}{19} \approx 52,63\%$
- $P(\text{Homem}) = 0,6$  e  $P(\text{Superior}|\text{Homem}) = 0,3$
- $P(\text{Mulher}) = 0,4$  e  $P(\text{Superior}|\text{Mulher}) = 0,5$
- $P(\text{Homem e Superior}) = 0,6 \times 0,3 = 0,18$
- $P(\text{Mulher e Superior}) = 0,4 \times 0,5 = 0,20$
- $P(\text{Superior}) = 0,18 + 0,20 = 0,38$

## Eventos Independentes

Dois eventos A e B são independentes quando a ocorrência de um não afeta a probabilidade do outro.

**Condição matemática:**

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Ou equivalentemente:

$$P(A|B) = P(A) \text{ e } P(B|A) = P(B)$$

### Exemplo Prático

No lançamento de dois dados, os resultados são independentes. A probabilidade de obter 6 no primeiro e 6 no segundo é:

$$P(6 \text{ e } 6) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

**REGRA DE OURO:** Para eventos sucessivos que são independentes, **MULTIPLIQUE** as probabilidades.

## Técnicas de Contagem Aplicadas à Probabilidade

### Princípio Fundamental da Contagem (PFC)

Se uma decisão pode ser tomada de m maneiras e outra de n maneiras, o total de formas de tomar ambas as decisões é:

$$m \times n$$

### Permutação Simples

Número de maneiras de ordenar n elementos distintos:

$$P_n = n!$$

### Arranjo

Número de maneiras de escolher e ordenar k elementos de um conjunto de n elementos:

$$A_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!}$$

### Combinação Simples

Número de maneiras de escolher k elementos de um conjunto de n elementos (sem importar a ordem):

$$C_{n,k} = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

**FUNDAMENTAL:** Use COMBINAÇÃO quando a ordem não importa; use ARRANJO quando a ordem importa.

### Exemplo Prático Completo

Uma comissão de 3 pessoas será formada entre 10 candidatos, sendo 6 homens e 4 mulheres. Qual a probabilidade de a comissão ter exatamente 2 homens?

**Resolução:**

Total de comissões possíveis:

$$C_{10,3} = \frac{10!}{3!7!} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120$$

Comissões com 2 homens e 1 mulher:

$$C_{6,2} \times C_{4,1} = 15 \times 4 = 60$$

$$P = \frac{60}{120} = \frac{1}{2} = 50\%$$

## Problemas Clássicos de Concursos

### Problema 1: Pelo Menos Um

**Estratégia:** Use o complementar!

Para pelo menos um, calcule a probabilidade de nenhum e subtraia de 1.

**Exemplo:** Lançam-se 3 moedas. Qual a probabilidade de sair pelo menos uma cara?

$$P(\text{nenhuma cara}) = P(3 \text{ coroas}) =$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

$$P(\text{pelo menos 1 cara}) =$$

$$1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8} = 87,5\%$$

### Problema 2: Extração com e sem Reposição

**Com reposição:** O elemento retirado retorna ao conjunto (eventos independentes)

**Sem reposição:** O elemento não retorna (eventos dependentes, use probabilidade condicional)

**Exemplo:** Dois cartões são retirados de 10 cartões numerados de 1 a 10.

**SEM reposição:**  $P(\text{ambos pares}) =$

$$\frac{5}{10} \times \frac{4}{9} = \frac{20}{90} = \frac{2}{9}$$

**COM reposição:**  $P(\text{ambos pares}) =$

$$\frac{5}{10} \times \frac{5}{10} = \frac{1}{4}$$

### Problema 3: Baralho (muito frequente!)

Baralho padrão: 52 cartas

- 4 naipes:   (espadas),   (copas),   (ouros),   (paus)
- 13 cartas por naipe: A, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
- 26 cartas vermelhas (copas e ouros)
- 26 cartas pretas (espadas e paus)

**Exemplo:** Probabilidade de tirar um  s:

$$P = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

## Teorema de Bayes (Nível Avan ado)

O Teorema de Bayes permite calcular probabilidades inversas, fundamentado na probabilidade condicional:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \times P(A)}{P(B)}$$

Ou na forma expandida:

$$P(A_i|B) = \frac{P(B|A_i) \times P(A_i)}{\sum_{j=1}^n P(B|A_j) \times P(A_j)}$$

**ATEN O:** Este teorema aparece em concursos de nível superior, especialmente para cargos de Analista, Auditor e áreas de Estatística.

### Exemplo Prático (Tipo ESAF/CESPE/FCC)

Uma doença rara afeta 0,1% da popula o. Um teste detecta a doença em 99% dos casos positivos, mas dá falso positivo em 2% dos casos negativos. Se uma pessoa testou positivo, qual a probabilidade de realmente ter a doença?

**Resolu o:**

- $P(\text{Doença}) = 0,001$
- $P(\text{Positivo}|\text{Doença}) = 0,99$
- $P(\text{Positivo}|\text{Sem doença}) = 0,02$
- $P(\text{Sem doença}) = 0,999$

$$P(\text{Doença}|\text{Positivo}) = \frac{0,99 \times 0,001}{0,99 \times 0,001 + 0,02 \times 0,999}$$

$$= \frac{0,00099}{0,00099 + 0,01998} = \frac{0,00099}{0,02097} \approx 0,0472 = 4,72\%$$

**Resultado surpreendente:** Mesmo testando positivo, a chance de ter a doença   apenas 4,72%! Isso ocorre porque a doença   muito rara.

## Distribui es de Probabilidade Elementares

### Distribui o Uniforme Discreta

Todos os resultados têm a mesma probabilidade. Exemplo: dado honesto.

$$P(X = x_i) = \frac{1}{n}$$

## Distribuição Binomial (Bernoulli Repetido)

Usada quando temos  $n$  repetições independentes de um experimento com apenas dois resultados (sucesso/fracasso).

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

Onde:

- $n$  = número de tentativas
- $k$  = número de sucessos
- $p$  = probabilidade de sucesso em cada tentativa

**Exemplo:** Lançar uma moeda 5 vezes e calcular a probabilidade de dar cara exatamente 3 vezes:

$$P(X = 3) = \binom{5}{3} (0,5)^3 (0,5)^2 = 10 \times 0,125 \times 0,25 = 0,3125 = 31,25\%$$

## Principais Erros em Provas de Concurso

**ERRO 1:** Confundir eventos independentes com mutuamente exclusivos

- Independentes: A ocorrência de um não afeta o outro (multiplica probabilidades no "E")
- Mutuamente exclusivos: Não podem ocorrer simultaneamente (soma probabilidades no "OU")

**ERRO 2:** Esquecer de subtrair a interseção na união de eventos

**ERRO 3:** Em problemas "sem reposição", calcular como se fosse "com reposição"

**ERRO 4:** Usar permutação quando deveria usar combinação (ou vice-versa)

**ERRO 5:** Não identificar corretamente o espaço amostral reduzido em probabilidade condicional

## Estratégias para Resolução em Concursos

### Passo 1: Leia com extrema atenção

Identifique palavras-chave: "pelo menos", "no máximo", "exatamente", "ou", "e".

### Passo 2: Determine o espaço amostral

Conte todos os casos possíveis

### Passo 3: Conte os casos favoráveis

Identifique quais resultados atendem ao evento desejado

### Passo 4: Aplique a fórmula adequada

Probabilidade básica, condicional, união, ou use o complementar

### Passo 5: Simplifique a fração

Apresente o resultado na forma mais simples ou em percentual

**DICA FINAL:** Faça uma estimativa mental antes de calcular. Se a probabilidade calculada for maior que 1 ou menor que 0, há erro no raciocínio!

## Exercícios Resolvidos Estilo Concurso

### Exercício 1 (Nível Básico - CESGRANRIO)

Em um grupo de 100 pessoas, 60 são homens e 40 são mulheres. Escolhendo uma pessoa ao acaso, qual a probabilidade de ser mulher?

**Resolução:**

$$P(\text{Mulher}) = \frac{40}{100} = 0,4 = 40\%$$

### Exercício 2 (Nível Médio - FCC)

Três candidatos A, B e C disputam uma vaga. As probabilidades de aprovação são:  $P(A) = 0,2$ ;  $P(B) = 0,3$ ;  $P(C) = 0,4$ . Qual a probabilidade de pelo menos um ser aprovado?

**Resolução:**  $P(\text{nenhum aprovado}) = (1 - 0,2) \cdot (1 - 0,3) \cdot (1 - 0,4) = 0,8 \cdot 0,7 \cdot 0,6 = 0,336$

$$P(\text{pelo menos um}) = 1 - 0,336 = 0,664 = 66,4\%$$

### Exercício 3 (Nível Difícil - CESPE/CEBRASPE)

Uma caixa contém 5 bolas brancas e 3 pretas. Retiram-se duas bolas sucessivamente, sem reposição. Qual a probabilidade de ambas serem da mesma cor?

**Resolução:**

$$P(\text{ambas brancas}) =$$

$$\frac{5}{8} \times \frac{4}{7} = \frac{20}{56}$$

P(ambas pretas) =

$$\frac{3}{8} \times \frac{2}{7} = \frac{6}{56}$$

P(mesma cor) =

$$\frac{20}{56} + \frac{6}{56} = \frac{26}{56} = \frac{13}{28} \approx 46,43\%$$

## Referências Bibliográficas Confiáveis

As informações apresentadas neste material têm fundamento em obras consagradas da matemática e estatística:

### Obras Clássicas

1. **MORGADO, A. C.; CARVALHO, J. B. P.; CARVALHO, P. C. P.; FERNANDEZ, P.** *Análise Combinatória e Probabilidade*. Rio de Janeiro: SBM (Sociedade Brasileira de Matemática), 2006.
2. **DANTE, L. R.** *Matemática: Contexto e Aplicações*. São Paulo: Editora Ática, 2018.
  - Citação relevante: "A probabilidade de um evento é um número que expressa a chance de esse evento ocorrer, variando de 0 (impossível) a 1 (certo)."
3. **ROSS, S.** *Probabilidade: Um Curso Moderno com Aplicações*. Porto Alegre: Bookman, 2010.
4. **MEYER, P. L.** *Probabilidade: Aplicações à Estatística*. Rio de Janeiro: LTC, 2012.

### Fontes para Concursos Públicos

5. **WEBER, D.** *Matemática para Concursos Públicos*. Rio de Janeiro: Elsevier, 2019.
6. **Questões de bancas organizadoras:** CESPE/CEBRASPE, FCC, FGV, VUNESP, CESGRANRIO
  - Todas as bancas cobram probabilidade seguindo os fundamentos apresentados neste material

A Probabilidade é um conteúdo fundamental e recorrente em concursos públicos de todos os níveis. O domínio dos conceitos apresentados, aliado à prática constante de exercícios, garantir seu sucesso neste tópico. Lembre-se:

**Domine as fórmulas básicas** - Identifique corretamente o tipo de problema - Pratique com questões de provas anteriores - Atenção redobrada com leitura do enunciado - Use estratégias inteligentes (complementar, contagem)

O conhecimento sólido em probabilidade não apenas garante pontos nas provas, mas desenvolve o raciocínio lógico essencial para diversas outras disciplinas. Continue praticando e bons estudos!

**Data de criação**

01/16/2026

**Autor**

admin

*Colega de Classe*